

JUSTIFIKASI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Yenny Anggreini Sarumaha*
Universitas Cokroaminoto Yogyakarta

*Korespondensi: yenny@ucy.ac.id

ABSTRACT

Justification is a core in leaning mathematics. Justification builds up students' reasoning with a better way. It happens because in justifying, students are not only asked to explain their answer from solving mathematics problems, moreover, students are asked to explain why those solution can be used and their answer is right. Albeit the purpose of justification in mathematics community has been studied, only little information can be gained about how its role in learning mathematics. This writing is an academic writing that being done by the writer based on the results of some research which implementing justification in learning process. The purposes of this writing divided into three parts, namely to know the role of justification in learning mathematics, to know the way that can be used by the teacher to support students to justify, and to know the way that can be used by the teacher in assess justification by the students.

Keywords: justification; communication; learning mathematics; reasoning.

ABSTRAK

Justifikasi adalah inti dalam pembelajaran matematika. Justifikasi membentuk penalaran matematis siswa dengan lebih baik. Hal ini dikarenakan dalam proses justifikasi, siswa tidak hanya diminta menjelaskan jawaban yang mereka peroleh dari penyelesaian sebuah masalah matematika, lebih dari pada itu, siswa diminta menjelaskan mengapa solusi tersebut bisa mereka gunakan dan jawaban yang dihasilkan adalah benar. Meskipun tujuan justifikasi dalam komunitas matematika telah banyak diteliti, hanya sedikit informasi yang diperoleh tentang peranannya dalam kelas matematika. Tulisan ini merupakan kajian ilmiah yang dilakukan penulis merujuk pada hasil penelitian yang telah dilakukan tentang justifikasi dalam pembelajaran matematika di sekolah. Tujuannya penulisan dapat dikelompokkan menjadi tiga yaitu mengetahui peranan justifikasi dalam pembelajaran matematika, mengetahui cara yang dapat digunakan guru untuk mendorong siswa membuat justifikasi, dan mengetahui cara yang digunakan guru dalam menilai justifikasi yang dilakukan siswa.

Kata Kunci: justifikasi; komunikasi; pembelajaran matematika; penalaran.

A. PENDAHULUAN

Matematika tidak hanya tentang mengidentifikasi kebenaran, tapi membuktikan kebenaran tersebut (Almeida, 1995). Belajar berargumentasi tentang ide-ide matematika adalah hal yang paling mendasar dalam memahami matematika dan belajar berfikir matematis. NCTM (2008) menyatakan bahwa kemampuan komunikasi, argumentasi, justifikasi merupakan hal pokok dalam pembelajaran matematika pada berbagai tingkatan. Komunikasi dalam matematika bisa dalam bentuk lisan, tulisan, formal, dan informal. Melalui komunikasi, siswa merefleksi, klarifikasi, dan memperluas ide-ide mereka dan pemahaman mereka tentang hubungan atau relasi dan argumen matematis (Ontario Ministry of Education, 2005). Siswa pada berbagai tingkat pendidikan harus bisa mengkomunikasikan pemikiran matematis mereka, menganalisis pemikiran teman lain, menggunakan bahasa matematis untuk mengungkapkan ide-ide dengan tepat, dan mengembangkan serta mengevaluasi argumen matematis dan pembuktian (NCTM, 2008). Jika berbicara bahwa ide-ide matematis adalah penting, mengkomunikasikan pemikiran matematis dalam tulisan juga merupakan hal yang lebih efisien dalam mengembangkan pemahaman. Secara matematis, siswa harus belajar bagaimana menjustifikasi hasil yang mereka peroleh, menjelaskan apa yang mereka pikir adalah benar, dan meyakinkan guru serta teman kelas mereka. Sebagaimana yang dikatakan Ball dan Bass (2003), bisa mengoperasikan

prosedur matematis tidak membuktikan bahwa seseorang bisa mengerjakan dan menggunakan matematika dengan cara yang bermakna.

Ulasan dari berbagai literatur dalam bidang pendidikan matematika menunjukkan adanya ketertarikan terhadap studi perbedaan antara kemampuan untuk mengaplikasikan sekumpulan instruksi dalam menyelesaikan masalah matematika dan kemampuan untuk menjelaskan solusi dengan berpatokan pada pondasi matematis. Hal yang senada juga dapat ditemukan dalam Skemp (1976) yang menggunakan dua tipe pemahaman yaitu pemahaman relasional (mengetahui apa yang dilakukan dan alasannya) dan pemahaman instrumental (mengetahui apa, prosedur tanpa alasan). Jika dilihat sekilas, seseorang dengan pemahaman instrumental yang mengetahui cara mengaplikasikan suatu prosedur tertentu terlihat memahami apa yang dilakukannya. Contohnya dalam menyelesaikan suatu persamaan di mana siswa belajar untuk menukar tempat dan mengubah tanda operasi tanpa mengetahui mengapa mereka melakukannya. Kegiatan ini sering ditemukan pada pembelajaran matematika di sekolah menengah yang sebagian besar waktunya dihabiskan untuk menyelesaikan persamaan dan menyederhanakan bentuk matematika dengan prosedur tertentu. Namun, hal ini sebenarnya tergantung dari penjelasan guru mengenai teori-teori dibalik aturan dan definisi yang ada. Jika siswa kemudian menggunakan aturan berdasarkan cara instrumental maupun relasional adalah tergantung pada seberapa paham mereka pada teori tersebut. Jika siswa tidak memahami konsep yang mendasarinya, aturan yang digunakan menjadi tidak bermakna atau instrumental. Pemahaman relasional siswa sekolah menengah akan muncul ketika berhadapan dengan masalah tekstual, di mana siswa terlebih dahulu perlu memformalisasi kekhususan masalah. Agar dapat dengan benar membuat spesifikasi masalah, siswa perlu memahami masalah dan konsep yang mendasarinya.

Penalaran matematika menurut Lithner (2008) dibagi menjadi dua kelompok, yaitu imitatif dan kreatif. Penalaran imitatif adalah belajar hafalan yang bidang dibagi ke dalam dua tipe yaitu penalaran dengan mengingat sebagai contoh siswa menyelesaikan masalah dengan mengingat kembali seluruh jawaban lengkap yang tertera dalam buku teks atau oleh guru, dan penalaran algoritmik, di mana sebuah masalah diselesaikan dengan mengingat dan mengaplikasikan sebuah algoritma. Sementara dalam penalaran kreatif terdapat alur penalaran baru, yang dapat dijustifikasi dan didasarkan pada pondasi matematis. Perbedaan mendasar dari dua jenis penalaran ini adalah pada penalaran imitatif tidak melibatkan pemikiran analitik dan konseptual, di mana keduanya memiliki peranan penting dalam penalaran kreatif. Penalaran yang dilakukan siswa di sekolah saat ini cenderung kepada penalaran imitatif. Pembelajaran matematika cenderung menekankan kepada hasil akhir. Meskipun pekerjaan atau solusi siswa kadang kala didiskusikan bersama dengan siswa lain, tapi hanya sebatas pada apa saja strategi-strategi yang digunakan dan langkah-langkah yang diambil dalam menyelesaikan masalah. Jika guru meminta siswa mempresentasikan jawaban mereka di depan dan meminta mereka menjelaskan, maka yang dilakukan siswa adalah membacakan kembali apa yang sudah mereka tulis di depan. Guru belum bertanya mengapa siswa menggunakan strategi tersebut dan bagaimana siswa yakin jawaban tersebut benar. Keadaan ini menutup kemungkinan guru mengetahui penalaran matematis siswa dan sejauh mana siswa paham suatu materi serta miskonsepsi yang mungkin terjadi dalam diri siswa. Siswa juga akan sebatas tahu prosedur atau cara yang digunakan dalam menyelesaikan masalah dan hasil yang diperoleh. Dengan demikian, siswa belum diberi kesempatan menggunakan penalarannya untuk menyatakan kembali pengetahuan yang telah mereka miliki, mengaitkan pengetahuan yang ada, dan mendapat kesempatan untuk memperoleh pengetahuan baru.

Jika kondisi ini diteruskan, tidak hanya siswa tapi guru juga akan merasakan dampaknya. Siswa tidak terbiasa mengasah penalarannya sehingga konsepsi matematis yang dimiliki siswa tidak akan berkembang dengan baik. Di lain pihak, guru juga kehilangan kesempatan untuk melihat sejauh mana pemahaman siswa sehingga tidak dapat membantu siswa berkembang dengan baik. Karenanya, untuk dapat menciptakan pembelajaran matematika yang dapat mengasah penalaran siswa dan

membantu guru memantau sejauh mana pemahaman yang dimiliki siswa, maka perlu adanya sebuah proses yang bermakna dalam diskusi matematis. Proses ini dikenal dengan nama justifikasi. Jika penjelasan dapat didefinisikan sebagai proses membuat sesuatu lebih jelas atau memberi tahu mengapa sesuatu terjadi. Justifikasi di lain pihak, menyediakan dasar, bukti, dan penalaran untuk meyakinkan orang lain (atau mengajak diri sendiri) bahwa suatu klaim atau pembenaran adalah benar (Thomas, 1973). Dalam komunitas matematika, komunikasi bisa dalam bentuk diskusi, argumentasi, justifikasi, dan pembuktian. Setiap bidang ilmu memiliki standar tersendiri tentang apa yang bisa disebut sebagai justifikasi dan apa yang dibutuhkan untuk membangun konjektur atau teori kebenaran. Justifikasi tidak hanya penting bagi siswa begitu pula bagi guru, di mana guru dapat mempelajari perkembangan pemahaman matematis siswa. Hanya dengan berkata bahwa "Guru saya bilang begitu" atau "Saya bisa merasakan bahwa itu benar" tidaklah cukup untuk menunjukkan penalaran siswa. Begitu juga dengan bilangan atau angka yang muncul pada jawaban siswa tidak menunjukkan pemahaman siswa.

Berdasarkan penjelasan yang telah diberikan pada paragraf-paragraf sebelumnya, maka penulis tertarik untuk melakukan kajian terhadap justifikasi dalam pembelajaran matematika. Pertanyaan yang dicoba dijawab dalam tulisan ini adalah (1) apa peranan justifikasi dalam pembelajaran matematika? (2) bagaimana mendorong siswa melakukan justifikasi? dan (3) bagaimana guru menilai justifikasi yang dilakukan siswa?

Tujuan penulisan artikel ini adalah untuk (1) mengetahui peranan justifikasi dalam pembelajaran matematika, (2) mengetahui cara yang dapat digunakan guru untuk mendorong siswa melakukan justifikasi, dan (3) mengetahui bagaimana guru menilai justifikasi yang dilakukan siswa. Manfaat penulisan artikel ini di antaranya adalah (1) pengetahuan baru bagi penulis dalam menciptakan pembelajaran matematika yang lebih baik, (2) tambahan ilmu bagi guru dan calon guru tentang pentingnya justifikasi dalam pembelajaran matematika, (3) landasan yang dapat dijadikan acuan untuk melakukan penelitian di bidang pendidikan matematika., dan (4) wawasan baru bagi para pembaca mengenai kemajuan dalam pembelajaran matematika.

B. PEMBAHASAN

A. Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika

NCTM (2008) menyebutkan bahwa kemampuan komunikasi, argumentasi, justifikasi merupakan hal pokok dalam pembelajaran matematika pada berbagai tingkatan. Siswa pada berbagai tingkat pendidikan harus bisa mengkomunikasikan pemikiran matematis mereka, menganalisis pemikiran teman lain, menggunakan bahasa matematis untuk mengungkapkan ide-ide dengan tepat, dan mengembangkan serta mengevaluasi argumen matematis dan pembuktian. Kategori dari komunikasi matematis adalah sebagai berikut (Ontario Ministry of Education, 2005),

- a. menyatakan dan menyusun ide-ide dan pemikiran matematis, contohnya pernyataan yang jelas, susunan yang logis, menggunakan lisan, visual, dan bentuk-bentuk tulisan (contohnya bentuk gambar, grafik, dinamis, numerik, algebraic, materi konkret)
- b. komunikasi untuk peserta yang berbeda (contohnya teman sebaya dan guru) dan tujuannya (contohnya untuk menunjukkan data, justifikasi solusi, menyatakan argumentasi matematis secara lisan, visual, dan bentuk tulisan)
- c. menggunakan konvensi, kata-kata, dan terminologi dari ilmu (contohnya bentuk-bentuk, simbol-simbol) dalam bentuk lisan, visual, dan tulisan.

Karena matematika sering dinyatakan dalam bentuk simbol-simbol, lisan, dan tulisan, komunikasi tentang ide-ide matematis tidak selalu disebut sebagai bagian penting dalam pendidikan matematika. Komunikasi lisan termasuk berbicara, mendengar, bertanya, menjelaskan, mendefinisikan, mendiskusikan, menjustifikasi, dan mempertahankan. Cobb, Wood, dan Yackel (1994) menemukan dalam penelitian mereka bahwa siswa cenderung tidak diharuskan berbicara tentang matematika, karenanya guru perlu membantu mereka belajar bagaimana caranya. Ketika

siswa berpartisipasi dalam kegiatan ini secara aktif, fokus, dan dengan tujuan yang jelas, mereka meningkatkan pemahaman mereka tentang matematika (Ontario Ministry of Education, 2005).

B. Peranan Justifikasi dalam Pembelajaran Matematika

Justifikasi didefinisikan sebagai argumen yang mendemonstrasikan kebenaran dari sebuah klaim yang menggunakan pernyataan yang telah diterima sebelumnya dan bentuk matematis dari penalaran. Di sisi lain, ketika siswa membagi penalaran mereka dan menjelaskan bagaimana mereka tahu bahwa sesuatu adalah benar disebut dengan proses justifikasi. NCTM (2000) juga mengikutkan proses ini sebagai bagian dari Process Standard of Reasoning and Proof. The Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM) menyebutnya sebagai menciptakan argumentasi yang sah dan masuk akal serta mengkritisi penalaran teman lain (Common Core State Standards Initiative, 2010). Dalam makna yang lebih luas, pembuktian dapat disebut juga justifikasi (Ball dan Bass, 2003). Sayangnya, siswa tidak terbiasa menjustifikasi jawaban mereka (Dreyfus, 1999). Hal yang lumrah bagi guru untuk meminta siswa menjelaskan penalaran mereka hanya ketika siswa melakukan kesalahan, kebutuhan akan justifikasi ketika jawaban siswa benar sama sekali tidak ditekankan. Akibatnya, tanpa penjelasan, penalaran yang menagarahkan siswa pada solusi yang tepat akan tetap implisit.

Justifikasi tidak hanya penting bagi siswa, tapi juga bagi guru, di mana justifikasi memberi kesempatan guru melihat perkembangan pemahaman matematika (Pirie dan Kieren, 1992). NCTM (2000) menekankan pentingnya justifikasi untuk dilakukan dalam pembelajaran matematika dan harus diimplementasikan si seluruh tingkat pendidikan. Pembelajaran matematika yang mendukung justifikasi siswa adalah hal yang menantang. Ketika siswa menjustifikasi, siswa menggunakan pengetahuan dan penalaran yang mereka miliki untuk menghubungkan ide-ide atau memahami hal-hal baru. Di satu sisi, guru dituntut untuk memahami ide-ide siswa dan mencari cara terbaik untuk mendorong siswa memperbaiki dan membangun pengetahuan mereka. Guru memiliki peranan penting dalam memberikan bantuan (*scaffolding*) berupa pertanyaan spesifik yang dapat mendorong siswa dari hanya sekedar menjelaskan strategi penyelesaian masalah yang mereka miliki kepada justifikasi, mempertahankan, dan mengeneralisasi strategi penyelesaian (Hunter, 2007).

Justifikasi dalam hal ini adalah elemen penting dalam proses generalisasi. Generalisasi merupakan tugas yang menantang bagi siswa karena banyak penelitian menunjukkan bahwa siswa sekolah dasar, khususnya, menggunakan bilangan-bilangan tertentu dan mencoba-coba dengan beberapa bilangan sebagai justifikasi yang valid (Carpenter, Levi, Berman, dan Pligge, 2005; Lannin, 2005). Namun, dalam kelas yang memberikan kesempatan bagi siswa untuk berpartisipasi dalam argumentasi dan justifikasi matematis, kualitas dari penalaran, penjelasan, dan justifikasi siswa dapat ditingkatkan (Manoucheri dan St John, 2006; McCrone, 2005; dan Wood, Williams, dan McNeal, 2006). Dengan menumbuhkan norma sosial dan norma sosiomatematik dalam kelas yang mensyaratkan siswa untuk menjustifikasi melalui triangulasi dari strategi verbal, numerik, dan grafis, siswa dapat didukung untuk belajar cara-cara mengembangkan berbagai bentuk justifikasi yang lebih maju dan meningkat. Masalah yang baik dan berbagai representasi yang ada, membuka kesempatan bagi siswa untuk mengeksplorasi, menjustifikasi, dan memvalidasi penalaran mereka. Implikasi penelitian yang dilakukan oleh Hunter dan Anthony (2007), menyatakan bahwa masalah yang dirancang, representasi yang ada, dan penggunaan material mendukung siswa untuk mengembangkan berbagai bentuk justifikasi.

Back, Mannila, dan Wallin (2010) dalam penelitiannya membagi justifikasi ke dalam lima tipe, yaitu

1. Asumsi. Merujuk pada suatu asumsi yang diberikan dalam tugas secara langsung atau dalam format tulisan.

2. Pernyataan samar atau meluas. Merupakan tipe justifikasi yang singkat dan tidak informatif.
3. Aturan. Merujuk pada suatu aturan atau definisi, misalnya aturan untuk nilai mutlak, tautologi, kongruensi, dan sebagainya. Dalam beberapa kasus, justifikasi termasuk dalam aturan yang tertera dalam teks.
4. Deskripsi prosedural. Penjelasan dari “apa” yang tertera dalam tiap langkah penyelesaian, berupa deskripsi dalam kalimat, contoh jumlahkan $2x + 4$ pada kedua sisi.
5. Penjelasan tersendiri. Penjelasan dari “mengapa” sebuah langkah dikatakan valid dengan kata-kata sendiri dan atau dengan simbol, contoh $2k^2 + 2k$ adalah sebuah bilangan bulat, karenanya $2(2k^2 + 2k)$ adalah bilangan bulat genap.

Hal menarik yang disebutkan Back, Mannila, dan Wallin (2010) adalah tipe justifikasi tersebut berubah seiring kegiatan pembelajaran yang mereka lakukan. Contohnya saja pada pernyataan samar atau meluas dan penjelasan tersendiri, di mana pernyataan samar atau meluas semakin berkurang diiringi dengan meningkatnya penggunaan penjelasan tersendiri oleh siswa. Hal ini juga diiringi dengan meningkatnya tingkat kesulitan dari masalah yang diberikan. Semakin tinggi tingkat kesulitan yang dihadapi siswa, semakin hati-hati dan tinggi justifikasi yang dilakukan siswa. Dengan kata lain, tipe justifikasi yang dipilih siswa berhubungan erat dengan masalah yang diberikan. Pada deskripsi prosedural dan penjelasan tersendiri, siswa menggunakan kalimat mereka sendiri. Hanya saja, jika pada deskripsi prosedural siswa menulis apa yang mereka lakukan tapi tidak ada alasan mengapa mereka memilih atau diperbolehkan melakukan hal tersebut, pada penjelasan tersendiri, sebaliknya informasi mengenai mengapa langkah yang mereka lakukan dikatakan valid. Jika dihubungkan dengan pembagian yang dilakukan oleh Skemp, maka tipe justifikasi kelima masuk dalam kategori justifikasi relasional sementara sisanya masuk ke dalam kategori justifikasi instrumental.

Lalu mengapa kegiatan pembuktian ini dianggap penting adalah bersumber dari Herbst dan Balacheff (2009) yang menyatakan bahwa karena kegiatan pembuktian ada dalam disiplin ilmu matematika, kegiatan ini juga seyogyanya hadir dalam aktivitas kelas. Enam tujuan justifikasi dalam kelas matematika (Back, Mannila, dan Wallin, 2010) di antaranya

1. Mendukung pemahaman konseptual.

Salah satu tujuan penting dari justifikasi dalam kelas matematika adalah mendukung atau memperdalam pembelajaran konsep matematika. Pada prakteknya siswa saling menjelaskan dan mendengarkan satu sama lain bagaimana mereka mengklarifikasi pemahaman mereka seklaigus berusaha mengemukakan ide-ide mereka. Justifikasi mendorong siswa untuk memahami matematika lebih dalam, lebih dari sebuah prosedur. Agar mereka dapat menjustifikasi pemikiran mereka, mereka harus menjustifikasi tidak hanya “bagaimana” tapi lebih kepada mengapa mereka melakukan apa yang mereka lakukan.

2. Mendorong kemampuan matematika dan disposisi

Dalam penelitiannya, Back, Mannila, and Wallin (2010), guru menemukan bahwa justifikasi menolong siswa mengembangkan kemampuan komunikasi dan kemampuan representasional (seperti menggunakan grafik, tabel, dan simbol), dan membuat koneksi dengan representasi yang ada. Guru juga mencatat bahwa justifikasi mendorong disposisi menjadi lebih kaya dan memunculkan penggunaan istilah dalam matematika.

3. Asesmen atau penilaian

Justifikasi memiliki peran penting dalam membentuk keadaan untuk siswa di mana siswa dapat menampilkan pemahaman mereka sehingga guru dapat memonitor tingkat pemahaman siswa disesuaikan dengan tujuan pembelajaran yang dirancang. Penilaian ini termasuk juga penilaian formatif, penilaian diri sendiri, dan penilaian sumatif. Justifikasi berperan sebagai jendela bagi guru untuk melihat bagaimana siswa memandang sebuah masalah, di mana siswa merasa kesulitan dan di

mana terjadinya miskonsepsi. Informasi ini nantinya dapat digunakan guru untuk menentukan langkah pembelajaran selanjutnya.

4. Mendorong kemampuan jangka panjang dan disposisi

Jauh di atas matematika, justifikasi mengambil peran dalam mendorong perkembangan diri siswa, bukan dalam hal bagaimana mengerjakan dan menggunakan matematika, tapi lebih daripada itu sebagai orang dewasa. Guru mencatat bahwa justifikasi memberi kesempatan bagi siswa dan mendorong siswa menjadi lebih tekun, mandiri, berfikir kritis, dan sportif.

5. Mengelola perbedaan

Melalui justifikasi dalam kelompok heterogen, siswa berbagi pendapat dan pendekatan yang dapat digunakan untuk memecahkan sebuah masalah. Ini membuat siswa saling membantu memberikan pemahaman pada anggota kelompoknya mengenai cara yang mereka temukan. Hasilnya, satu masalah menjadi lebih kaya dengan adanya berbagai strategi yang mungkin digunakan.

6. Mempengaruhi hubungan sosial

Justifikasi tidak hanya memberikan dampak pada hubungan sosial tapi juga pada dinamika sosial dalam kelas. Dalam hal ini, guru tidak lagi menjadi sumber kebenaran, begitu pula dengan siswa yang populer di kelas bukanlah penentu dalam menyelesaikan masalah. Siswa belajar mempercayai diri mereka bahwa mereka mampu menyelesaikan masalah yang diberikan atau mereka dapat menggunakan ide dari teman mereka.

C. Membantu Siswa Melakukan Justifikasi

Istilah justifikasi bukanlah istilah yang umum dipakai ataupun digunakan dalam masalah, khususnya masalah matematika. Penelitian yang dilakukan Cioe, King, Ostien, Pansa, dan Staples (2015) menemukan bahwa siswa tidak paham apa itu justifikasi dan kebingungan dalam merespon beberapa pertanyaan seperti “justifikasi jawabanmu” atau “mengapa kamu melakukan apa yang telah kamu kerjakan?” atau “bagaimana kamu yakin bahwa jawabanmu benar?” Siswa hanya mampu menjelaskan langkah-langkah yang mereka gunakan dalam menyelesaikan masalah tanpa menyebutkan adanya hubungan antar langkah atau mengapa perhitungan tersebut dapat dilakukan. Jawaban umum yang biasa diberikan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika dapat dilihat dalam tabel berikut (Cioe, King, Ostien, Pansa, dan Staples, 2015)

Tabel 1. Respon Umum yang Diberikan Siswa

Penjelasan, tanpa justifikasi		Justifikasi
Siswa menjelaskan metode yang mereka gunakan untuk menemukan solusi masalah yang diberikan tanpa menjelaskan mengapa metode tersebut pantas atau benar untuk digunakan.	Siswa memberi bukti yang menerangkan bahwa terdapat hubungan dalam langkah-langkah penyelesaian yang mereka ambil, tapi tidak menjelaskan mengapa hubungan tersebut terjadi.	Siswa mengkomunikasikan penalaran matematis mengapa metode yang mereka gunakan benar.

Cara yang digunakan oleh guru dalam meminta justifikasi dari siswa dapat dilakukan dengan mengubah pertanyaannya dengan kata-kata yang dapat lebih dimengerti siswa, seperti “mengapa hal tersebut dapat dilakukan?” Sehingga siswa akan lebih fokus pada pemahaman akan hubungan yang ada dalam solusi yang mereka buat. Siswa juga hendaknya diberikan masalah matematika yang bermakna untuk diselesaikan dan mendorong mereka melakukan justifikasi sebagai bagian dari proses penyelesaian masalah dengan tujuan yang fokus pada komunikasi dalam pembelajaran matematika. Bicknell (1999) dalam penelitiannya memperoleh hasil bahwa mayoritas siswa yang terlibat dalam penelitian merasakan manfaat dari justifikasi yang mereka lakukan terhadap perkembangan kemampuan berfikir mereka. Mereka menemukan bahwa justifikasi membantu mereka mengingat dan mengkonfirmasi pemahaman matematika baru. Guru melihat bahwa justifikasi penting dan percaya bahwa proses ini perlu dilaksanakan terus menerus. Mereka merasa bahwa justifikasi membantu siswa

mengembangkan kemampuan mereka dalam berfikir dan komunikasi. Justifikasi ini memberi kesempatan guru untuk mempelajari kesulitan-kesulitan siswa dan miskonsepsi yang mereka miliki.

D. Penilaian Justifikasi Siswa

Selain mengubah pertanyaan yang mendorong siswa menjustifikasi jawaban mereka, cara lain yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan rubrik. Rubrik (Cioe, King, Ostien, Pansa, dan Staples, 2015) digunakan untuk menilai jawaban yang diberikan siswa. Contoh rubrik yang bisa digunakan dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Rubrik CLEAR

Akronim	Skor	0	1
C	Clear (Jelas)	<ul style="list-style-type: none"> • Tidak ada jawaban • Jawaban belum selesai 	<ul style="list-style-type: none"> • Perhitungan menunjukkan ide-ide matematis yang terlibat. • Jawaban termasuk perhitungan dan/atau tabel, grafik, atau gambar.
L	Labels (Label atau tanda)	<ul style="list-style-type: none"> • Tidak ada label yang diberikan • Beberapa item tidak dilabeli dengan benar 	<ul style="list-style-type: none"> • Perhitungan dilabeli dengan benar
E	Evidence (bukti)	<ul style="list-style-type: none"> • Perhitungan tidak mendukung keputusan yang dibuat • Tidak ada pembuktian atau bukti diberikan di beberapa bagian masalah matematika. 	<ul style="list-style-type: none"> • Perhitungan mendukung keputusan yang dibuat • Tidak ada bukti atau pembuktian untuk seluruh bagian masalah matematika.
A	Answer the question (menjawab pertanyaan)	<ul style="list-style-type: none"> • Jawaban tidak akurat • Jawaban tidak menjawab pertanyaan yang diberikan 	<ul style="list-style-type: none"> • Menjawab pertanyaan menggunakan kalimat yang lengkap (Huruf kapital dan tanda baca) • Jawaban akurat
R	Reason why (alasan, mengapa)	<ul style="list-style-type: none"> • Tidak terdapat penalaran matematis untuk prosedur yang dilakukan atau tidak ada penjelasan yang diberikan • Jawaban mengarah pada kebingungan tentang ide-ide pokok dan konsep 	<ul style="list-style-type: none"> • Prosedur dapat diidentifikasi • Prosedur dijelaskan dan didefinisikan dengan baik. • Pemahaman yang jelas dalam ide-ide pokok dan konsep.

Cara lain yang bisa digunakan untuk membantu siswa menciptakan justifikasi yang baik adalah dengan menunjukkan contoh berupa pekerjaan siswa dan meminta siswa untuk memahami justifikasi yang telah dilakukan, bertanya pendapat siswa tentang justifikasi tersebut, dan cara untuk memperbaiki kekurangan pada justifikasi yang telah dilakukan. Pada penerapannya, siswa bisa bertukar rubrik dengan teman mereka untuk melihat sejauh mana justifikasi yang telah mereka lakukan. *Peer review* ini menciptakan suasana di mana tujuan justifikasi akan tercapai yaitu untuk menunjukkan mengapa sesuatu tersebut benar adanya ke pada orang lain dan mengkomunikasikannya

dengan cara yang dipahami orang lain. Selain itu, justifikasi juga dapat ditambahkan pada tujuan pembelajaran. Kelancaran dalam justifikasi akan berkembang sejalan dengan waktu. Menambahkan justifikasi dalam tujuan pembelajaran seperti pada tujuan pembelajaran biasanya yang membantu guru berfikir tentang bagaimana siswa mengembangkan kemampuan mereka untuk menggeneralisasi dan menyatakan justifikasi sejalan waktu.

Beberapa langkah yang bisa dilakukan di antaranya memberikan masalah yang jelas, menjelaskan kata-kata sulit yang mungkin terdapat dalam masalah, menyediakan waktu untuk berfikir, dan mempersilakan siswa merepresentasikan ide-ide mereka dengan berbagai cara, seperti membuat gambar, menggunakan kata-kata, menunjukkan di papan tulis, menggunakan manipulatif atau alat peraga. Selain itu, guru juga dapat menggunakan berbagai strategi dan model pembelajaran yang memungkinkan untuk membantu siswa membagi atau menampilkan ide awal mereka walaupun belum tertata atau terbentuk dengan baik, contohnya menggunakan model *Think-Pair-Share*, meminta siswa menuliskan ide mereka (sebelum ataupun setelah mereka berbagi dengan teman), menggunakan media visual yang umum digunakan agar siswa dapat menunjukkan apa yang mereka maksudkan, dan menekankan bahwa pendengar presentasi mereka adalah seluruh teman sekelas bukan hanya guru.

Apa yang dilakukan guru sebenarnya lebih banyak kepada mendengar. Apa yang guru pikirkan sebagai cara atau pendekatan terbaik dalam penyelesaian masalah, tidaklah selalu sejalan dengan apa yang dikerjakan oleh siswa. Guru setidaknya dituntut untuk berkomitmen dalam membangun penalaran siswatermasuk di dalamnya menangani kesalahan yang dilakukan, menemukan apa yang lebih produktif dilakukan oleh siswa, menentukan sejauh mana sebaiknya membantu siswa namun tidak menekan pemikiran yang mereka miliki. Beberapa tips yang bisa digunakan guru dalam mendorong dan meningkatkan kualitas justifikasi siswa, di antaranya

1. Pilih sebuah materi dan mulai dari hal yang kecil. Minta siswa bekerja berpasangan untuk menyelesaikan masalah tersebut dan berbagi solusi mereka dengan teman-teman di kelas. Tujuannya adalah membuat siswa belajar bekerja sama, berkomunikasi dengan sesamanya.
2. Kaitkan justifikasi dalam kelas matematika dengan pengalaman belajar siswa.
3. Menjadikan justifikasi sebagai sebuah kebiasaan dalam pembelajaran.
4. Sabar dengan diri sendiri. Guru hendaklah lebih bersabar dan memahami bahwa guru juga sedang berada dalam proses pembelajaran. Lakukan refleksi terhadap pembelajaran, coba untuk mendiagnosa masalah yang terjadi, dan mencoba lagi dengan topik berbeda.
5. Kolaborasi dengan teman sejawat. Berdiskusi mengenai topik yang akan diterapkan di kelas, cara mengantisipasi jawaban siswa, dan bagaimana respon yang baik untuk tiap jawaban yang diberikan siswa adalah beberapa hal yang dapat dilakukan bersama.

C. KESIMPULAN

A. *Simpulan*

Simpulan yang dapat ditarik dari kajian yang telah dilakukan adalah

1. Bagi siswa, justifikasi membantu mereka mengingat dan mengkonfirmasi pemahaman matematika baru. Sedangkan bagi guru, justifikasi ini memberi kesempatan guru untuk mempelajari kesulitan-kesulitan siswa dan miskonsepsi yang mereka miliki. Tujuan justifikasi dalam kelas matematika di antaranya mendukung pemahaman konseptual, mempercepat disposisi dan kemampuan matematika, asesmen, mendukung disposisi dan kemampuan yang berguna dalam kehidupan, mengelola keberagaman, dan mempengaruhi hubungan sosial.
2. Cara yang digunakan oleh guru mendorong siswa melakukan justifikasi dapat dilakukan salah satunya yaitu dengan cara mengubah pertanyaannya dengan kata-kata yang dapat lebih dimengerti siswa, seperti “mengapa hal tersebut dapat dilakukan?” Sehingga siswa akan lebih fokus pada pemahaman akan hubungan yang ada dalam solusi yang mereka buat. Siswa juga hendaknya

diberikan masalah matematika yang bermakna untuk diselesaikan dan mendorong mereka melakukan justifikasi sebagai bagian dari proses penyelesaian masalah dengan tujuan yang fokus pada komunikasi dalam pembelajaran matematika.

3. Justifikasi siswa dapat dinilai dengan mengguankan rubrik. Skornya dapat disesuaikan dengan kriteria yang diperlukan oleh guru. Rubrik yang dapat digunakan adalah rubrik CLEAR

D. REKOMENDASI

Akan lebih baik jika kajian ini diteruskan dengan kegiatan penelitian tentang proses justifikasi dalam pemebelajaran matematika. Memang bukanlah hal yang mudah untuk menerapkan sebuah proses baru dalam suatu rutinitas yang telah sejak lama dilakukan guru. Namun, berdasarkan hasil penelitian-penelitian yang telah dilakukan dan teori-teori yang berkaitan dengan justifikasi, tidak ada salahnya apabila kita juga mulai menjadikan justifikasi sebagai keseharian dan salah satu tujuan dari pembelajaran matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Almeida, D. 1995. "Mathematics Undergraduates' Perceptions of Proof." *Teaching Mathematics and Its Applications*, 14(4), p. 171-177.
- Back, R-J., Mannila, L., and Wallin, S. 2010. "Student justification in high school mathematics." *Proceedings of CERME 6, 2009*, p. 291-300. Lyon Frnace INRP.
- Ball, D. L and Bass, H. 2003. "Making mathematics reasonable in school," In J. Kilpatrick, W. G. Martin, and D. Schifter. (Eds.) *A Research Companion to Principals and Standards for School Mathematics*, 27-44. Reston, VA.
- Bicknell, B. 1999. "The Writing of explanations and justifications in mathematics: differences and dilemmas." *MERGA* 22, pp 76-83. New Zealand.
- Carpenter, T., Levi, L., Berman, P., and Pligge, M. 2005. "Developing algebraic reasoning in the elementary school". In T. Romberg, T. Carpenter, & F. Dremock (Eds.), *Understanding mathematics and science matters* (pp. 81-98). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Cioe, M., King, S., Ostien, D., Pansa, N., and Staples, M. 2015. "Moving Students to "the why"". *Mathematics Teaching in the Middle School*. 20(8), pp. 484-491.
- Cobb, P., Wood, T., and Yackel, E. 1994. *Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. In contexts for learning: Sociocultural dynamics in children's development*. New York: Oxford University Press.
- Common Core State Standards Initiative. 2010. *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Besr Practices and the Council of Chief State School Officers. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.
- Dreyfus, T. 1999. "Why Johnny can't prove." *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), pp.85-109.
- Herbst, P and Balacheff, N. 2009. "Proving and knowing in public: The nature of proof in a classroom". In Stylianou, D., Blanton, M., & Knuth, E. (Eds.), *Teaching and Learning of Proof across the Grades: A K-16 perspective*, (pp. 40-63). New York: Routledge.

- Hunter, J. 2007. *Developing early algebraic understanding in an inquiry classroom*. Unpublished master's thesis, Massey University, Palmerston North.
- Hunter, J and Anthony, G. 2007. "The development of students' use of justification strategies." *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, p. 265-272.
- Lannin, J. 2005. "Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities." *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.
- Lithner, J. 2008. "A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning." *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255-276.
- Manoucheri, A and St John S. 2006. "From classroom discussions to group discourse." *Mathematics Teacher*, 99(8), 544-552.
- McCrone, S. 2005. "The development of mathematical discussions: An investigation of a fifth-grade classroom." *Mathematical Thinking and Learning*, 7(2), 111-133.
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- NCTM. 2010. *Standards for School Mathematics*. Available online: <http://standards.nctm.org>.
- Ontario Ministry of Education. 2005. *The Ontario Curriculum, Grades 1 to 8: Mathematics*. Toronto, ON: Queen's Printer for Ontario.
- Pirie and Kieren. 1992. "Creating Constructivist Environments and Constructing Creative Mathematics." *Educational Studies in Mathematics*, 23, pp. 505-528.
- Skemp, R. R. 1976. "Relational Understanding and Instrumental Understanding." *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Thomas, S. N. 1973. *Practical reasoning in natural language (3rd ed)*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Wood, T., Williams, G., and McNeal, B. 2006. "Children's mathematical thinking in different classroom cultures." *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(3), 222-252.