

Model Matematika untuk Menentukan Lamanya Puasa Ramadhan pada Komunitas Islam Aboge di Cikakak

Agung Prabowo

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman

Jl. Dr. Soeparno No. 61 Karangwangkal Purwokerto, Jawa Tengah, 53123, Indonesia
e-mail: agung.prabowo@unsoed.ac.id ; agung_nghp@yahoo.com

Mustafa Bin Mamat

Graduate School Centre, Universiti Sultan Zainal Abidin
Gomg Badak Campus, 21300, Kuala Terengganu, Terengganu Darul Iman, Malaysia
e-mail: must@unisza.edu.my; musmat567@gmail.com

Sukono

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Padjadjaran
Jl. Raya Bandung-Sumedang KM 21, Jatinangor, West Java, 45363, Indonesia
e-mail: sukono@unpad.ac.id

Abstrak

Masyarakat Desa Adat Cikakak, Kecamatan Wangon, Kabupaten Banyumas, Propinsi Jawa Tengah dikenal sebagai penganut Islam Aboge (Alif Rebo Wage). Mereka memiliki pedoman tersendiri dalam menentukan awal Ramadhan (puasa) dan awal Syawal (Hari Raya Idul Fitri). Selisih antara awal Ramadhan dan Awal Syawal menyatakan lamanya puasa Ramadhan yang harus dijalani oleh penganut Islam Aboge. Secara matematis, dapat ditunjukkan bahwa penganut Islam Aboge selamanya akan berpuasa Ramadhan selama 30 hari.

Kata Kunci: aboge, cikakak, lama puasa, mathematical model, Ramadhan.

Abstrack

Indigenous Village Community Cikakak, Wangon subdistrict, Banyumas, Central Java Province, known as the followers of Islam Aboge (Alif Rebo Wage). They have their own guidelines in determining the start of Ramadan and the beginning of Shawwal (Eid al-Fitr). The difference between the beginning of Ramadan and the beginning of Shawwal stated duration of Ramadan that must be endured by adherents of Islam Aboge. Mathematically, it can be shown that Aboge Islamic Community will forever Ramadan fasting for 30 days.

Keywords: aboge, cikakak, duration of Ramadan, mathematical model.

1. Pendahuluan

Desa Adat Cikakak, Kecamatan Wangon, Kabupaten Banyumas, Propinsi Jawa Tengah, terletak sekitar 40 km dari Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto. Masyarakat Desa

Adat Cikakak dikenal sebagai pelestari adat budaya yang tetap berpegang kuat pada kearifan lokal setempat (Prabowo, 2015a; Rachmadani, 2015), salah satunya adalah dalam penentuan awal Ramadhan (puasa) dan awal Syawal (Hari Raya Idul Fitri). Selisih antara awal Ramadhan dan Awal Syawal menyatakan lamanya puasa Ramadhan.

Masih di Jawa Tengah, Komunitas Aboge juga ditemukan di Desa Kracak, Cibangkong dan Pekuncen yang masih terletak di Kabupaten Banyumas. Di wilayah Mrebet, Kabupaten Purbalingga juga ditemukan penganut Aboge. Wilayah Jawa Tengah lainnya yang ditemukan keberadaan penganut Aboge adalah Salatiga. Di Jawa Timur juga ditemukan penganut Aboge, tersebar di sepuluh desa pada empat kecamatan di Kabupaten Probolinggo, diantaranya Kecamatan Dringu, Leces, Bantaran dan Tegal Siwalan.

Para penganut Aboge berislam secara keturunan (trah, wangsa, klan keluarga) atau secara komunitas dengan cara pernikahan sesama anggota komunitas. Sebagai penganut 'Islam Tradisi' mereka mempunyai aturan/pedoman yang disebut 'Sistem Aboge'. Melalui Sistem Aboge ini, dapat ditentukan awal Ramadhan dan Syawal, yang hasilnya hampir selalu berbeda dengan ketetapan pemerintah yang secara resmi ditetapkan oleh Departemen Agama RI. Dengan adanya pedoman tersebut akan dapat diketahui lama puasa yang dijalankan oleh penganut Aboge. Dalam penentuan lama puasa atau kapan puasa dimulai, masyarakat penganut Aboge telah mempunyai cara perhitungan tersendiri. Ketentuan-ketentuan dalam Sistem Aboge yang bersifat tetap, pasti dan tidak pernah berubah didasarkan pada Kalender Jawa (*Anno Javanica*). Kalender Jawa tersebut diciptakan oleh Sultan Agung pada tahun 1633 (Prabowo, 2012). Dengan demikian, dasar penentuan awal puasa dan syawal dalam masyarakat Aboge bukanlah Kalender Hijriyah.

Siklus Aboge yang berlangsung selama 120 tahun sebenarnya telah berakhir, dimulai sejak 1747 – 1866 Jawa atau 1819 – 1936 Masehi (Jannah, 1994; Djanudji, 2013). Saat ini, siklus 120 tahunan yang sedang berjalan adalah Asapon (Alip-Slasa-Pon) yang dimulai 1867-1986 Jawa atau 1936-2052 Masehi. Namun demikian, perhitungan waktu dengan mengacu pada siklus Aboge masih tetap dijalankan di Desa Adat Cikakak, bahkan selamanya mereka akan tetap mengacu pada siklus waktu Aboge. Mengapa masyarakat Desa Adat Cikakak tidak beralih pada siklus keempat yaitu Asapon, tetapi tetap mempertahankan siklus ketiga yaitu Aboge? Hal ini karena siklus aboge tidak mengenal tahun kabisat sehingga setiap tahun umurnya selalu 354 hari. Dengan tidak adanya tahun kabisat, mengakibatkan siklus aboge tidak mengenal adanya kurup atau pergantian ke siklus berikutnya. Dengan demikian, masyarakat Desa Adat Cikakak selamanya akan menggunakan siklus waktu Aboge.

Dalam artikel ini akan diselesaikan masalah penentuan lama puasa berdasarkan kearifan lokal masyarakat Desa Adat Cikakak yang masih dipelihara hingga sekarang ini, serta dengan penggunaan Teorema Sisa Cina. Penggunaan Teorema Sisa Cina menunjukkan bahwa terdapat masalah nyata yang dapat diselesaikan dengan teorema tersebut, meskipun masalah tersebut dapat diselesaikan dengan cara yang berbeda. Masalah penentuan lamanya puasa pada Komunitas Islam Aboge menjadi contoh baru untuk aplikasi Teorema Sisa Cina.

Dengan merujuk pada hasil-hasil penelitian terdahulu dari para peneliti di luar bidang kajian matematika (misalnya Fauzi, 2010; Kholisoh, 2012; Maududi, 2006; dan Suryati, 2012) akan dilakukan pengumpulan aturan-aturan dalam Sistem Aboge.

2. Hari Saptawara dan Hari Pancawara

Dalam Kalender Jawa digunakan dua jenis hari yaitu hari tujuh yang disebut *saptawara* dan hari lima yang disebut *pancawara* (Prabowo, Sugiyanto, dan Wahyuni, 2015; Prabowo, Sukono, dan Mamat, 2016). Penyebutan nama hari umumnya dengan menyebutkan nama hari *saptawara* terlebih dahulu.

Nama-nama hari *saptawara* adalah Minggu, Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jum'at dan Sabtu. Siklus *saptawara* ini identik dengan siklus mingguan dalam kalender Masehi. Selanjutnya, nama-nama hari *pancawara* (siklus lima harian) adalah Legi, Paing, Pon, Wage dan Kliwon. Dalam kalender Masehi tidak ditemukan adanya siklus lima harian ini (Prabowo, 2012; Prabowo, 2014).

3. Penyandian Waktu

Komunitas Islam Aboge di Cikakak menghitung waktu dengan menggunakan penyandian. Sandi-sandi yang dimaksud adalah sandi tahun dan sandi bulan. Dengan tetap berpegang teguh pada siklus waktu Aboge, masyarakat penganut Aboge di Desa Cikakak dan wilayah lainnya akan tetap berpedoman pada aturan atau kaidah yang terdapat dalam Sistem Aboge, antara lain untuk penentuan awal Puasa dan Syawal (Idul Fitri) serta untuk keselarasan hidup sehari-hari.

Berikut ini adalah kaidah-kaidah yang terdapat dalam Sistem Aboge untuk penentuan awal Ramadhan dan Syawal. Kaidah tersebut berupa sandi tahun dan sandi bulan. Kaidah tersebut bahkan dapat digunakan untuk penentuan hari pertama setiap bulan pada delapan siklus waktu tahunan dalam sewindu.

Dalam Kalender Jawa, perputaran tahun dihitung setiap delapan tahun. Waktu yang lamanya delapan tahun disebut sewindu. Urutan nama tahunnya adalah (1) Alip, (2) Ehe, (3)

Jimawal, (4) Je, (5) Dal, (6) Be, (7) Wawu, dan (8) Jimakir. Berikut ini adalah Sandi Tahun (Suryati, 2012):

- | | | | |
|--------------|-----------------------|---|--------------------|
| 1. Aboge | (Alip-Rebo-Wage) | → | 1-1 (Alip-ji-ji) |
| 2. Hadpona | (Ehe-Ahad-Pon) | → | 5-5 (Ehe-ma-ma) |
| 3. Jangapon | (Jimawal-Jemuah-Pon) | → | 3-5 (Jiwal-lu-ma) |
| 4. Jesaing | (Je-Slasa-Paing) | → | 7-4 (Je-tu-pat) |
| 5. Daltugi | (Dal-Setu-Legi) | → | 4-3 (Dal-pat-lu) |
| 6. Bemislegi | (Be-Kemis-Legi) | → | 2-3 (Be-ro-lu) |
| 7. Wanenwon | (Wawu-Senen-Kliwon) | → | 6-2 (Wa-nem-ro) |
| 8. Jangagea | (Jimakir-Jemuah-Wage) | → | 3-1 (Jimkir-lu-ji) |

Sandi tahun aboge dengan kepanjangan Alip Rebo Wage berarti tahun baru tanggal 1 bulan 1 tahun Alip selalu jatuh pada hari Rabu Wage. Sandi tahun hadpona dengan kepanjangan Ehe Ahad Pon berarti tahun baru tanggal 1 bulan 1 tahun Ehe selalu jatuh pada hari Minggu (Ahad) Pon. Demikian untuk keenam sandi tahun berikutnya.

Selanjutnya, makna dari alip-ji-ji yang berarti alip-siji-siji dan dikodekan dengan 1-1 menyatakan bahwa tanggal 1 bulan 1 tahun alip akan jatuh pada hari saptawara dengan kode 1 yaitu Rabu dan hari pancawara dengan kode 1 yaitu Wage. Berikut adalah tabel yang berisi kode untuk nama-nama hari saptawara dan pancawara. Dengan cara ini, daltugi yang berarti dal setu legi akan dikodekan dengan 4-3 yaitu 4 untuk sabtu dan 3 untuk legi. Dengan demikian, tanggal 1 bulan 1 tahun Dal akan selalu jatuh pada hari Sabtu-Legi.

Tabel 1 Kode Hari Saptawara dan Pancawara

Hari Saptawara	Kode	Hari Pancawara	Kode
Rabu	1	Wage	1
Kamis	2	Kliwon	2
Jum'at	3	Legi	3
Sabtu	4	Paing	4
Minggu	5	Pon	5
Senin	6		
Selasa	7		

Sandi Bulan (Suryati, 2012):

1. Ramjiji (Sura 1-1)
2. Parluji (Sapar 3-1)

- | | | |
|-----|-------------|-------------------|
| 3. | Ludpatma | (Mulud 4-5) |
| 4. | Ngakirnemma | (Ngakhir 6-5) |
| 5. | Diwaltupat | (Jumadilawal 7-4) |
| 6. | Dikirropat | (Jumadilakir 2-4) |
| 7. | Jablulu | (Rajab 3-3) |
| 8. | Wahmalu | (Ruwah 5-3) |
| 9. | Sanemro | (Puasa 6-2) |
| 10. | Waljiro | (Sawal 1-2) |
| 11. | Pitroji | (Apit 2-1) |
| 12. | Sarpatji | (Besar 4-1) |

Seperti halnya dalam kalender Masehi, setahun Kalender Jawa terdiri dari dua belas bulan dengan umur masing-masing bulan adalah 29/30 tahun. Urutan nama-nama bulan adalah (1) Sura, (2) Sapar, (3) Mulud, (4) Jimakir, (5) Jumadil Awal, (6) Jumadil Akir, (7) Rajab, (8) Ruwah, (9) Puasa, (10) Sawal, (11) Apit dan (12) Besar.

Sandi bulan ramjiji berarti sura 1-1 bermakna tanggal 1 bulan Sura selalu jatuh pada hari Rabu Wage apabila tahun tersebut adalah tahun Alip. Selanjutnya, parluji berarti sapar 3-1 bermakna tanggal 1 bulan Sapar tahun Alip akan selalu jatuh pada hari Jumat Wage (lihat tabel 1).

Namun, apabila tahun tersebut adalah tahun Ehe, maka tanggal 1 bulan Sura selalu jatuh pada hari Minggu Pon. Selanjutnya tanggal 1 bulan Sapar akan jatuh pada hari Selasa Pon. Hal ini disebabkan kode 1 pada tahun Ehe berlaku untuk hari Minggu (saptawara) dan Pon (pancawara).

Apabila tahun tersebut adalah tahun ketujuh yaitu tahun Wawu, maka tanggal 1 bulan Sura selalu jatuh pada hari Senen Kliwon. Selanjutnya tanggal 1 bulan Sapar akan jatuh pada hari Rabu Kliwon. Hal ini disebabkan kode 1 pada tahun Wawu berlaku untuk hari Senin (saptawara) dan Kliwon (pancawara). Lebih lanjut, tanggal 1 bulan Puasa untuk tahun Wawu akan selalu jatuh pada hari Sabtu (saptawara) dan Legi (pancawara). Dengan cara yang sama, tanggal 1 bulan Sawal yang tidak lain adalah Hari Raya Idul Fitri akan jatuh pada hari Senin (saptawara) dan Legi (pancawara)

Istilah lainnya yang digunakan dalam sandi tahun dan sandi bulan adalah ji = siji = 1, ro = loro = 2, lu = telu = 3, pat = papat = 4, ma = lima = 5, nem = enem = 6 dan tu = pitu = 7.

4. Penentuan Awal Puasa dan Idul Fitri

Salah satu penggunaan sandi tahun dan sandi bulan adalah untuk menentukan hari pertama puasa dan saat Idul Fitri tiba. Dengan sandi-sandi tersebut, 1 Syawal (Hari Idul Fitri) dapat diketahui kapan terjadinya. Sebagai contoh, untuk Idul Fitri tahun ini, yaitu 1 Syawal 1438 Hijriyah, bagi Komunitas Aboge akan jatuh pada hari Selasa-Pon, 27 Juni 2017.

1. Mengkonversi tahun Hijriyah menjadi tahun Jawa. Tahun 1438 Hijriyah akan bertepatan dengan tahun $1438 + 512 = 1950$ Jawa (bukan Masehi).
2. Mengurangkan angka tahun Jawa dengan 1554 dan hasilnya dibagi 8. Diperoleh $(1950 - 1554) / 8 = 49$ sisa 4.
3. Memberi makna pada sisa 4 yang berarti tahun ke-4 dari siklus delapan tahunan. Dengan demikian, 4 adalah tahun Je.
4. Mengaitkan dengan sandi tahun Jesaing yang berarti Je-Slasi-Paing. Ini berarti, tanggal 1 Sura tahun Je jatuh pada hari Selasa-Paing.
5. Mengaitkan dengan Rumus Bulan untuk bulan Sawal yaitu Waljiro yang berarti hari pertama (tanggal 1 Sawal) jatuh pada hari ke 1 (dari siklus 7 harian) dan 2 (dari siklus 5 harian). Dalam tahun Jesaing, hari pertama dari siklus 7 harian adalah Selasa dan hari pertama dari siklus 5 harian adalah Paing. Jadi, 1 Syawal akan jatuh pada hari Selasa-Pon. Artinya, umat Islam dalam Komunitas Aboge akan merayakan Idul Fitri pada 1 Syawal 1438 H yang jatuh pada hari Selasa-Pon. Konversi pada kalender Masehi menghasilkan tanggal 27 Juni 2017.

Selisih waktu antara 1 Ramadhan (awal puasa) dengan 1 Syawal (Idul Fitri) dalam tabel 2 selalu 30 hari. Sementara itu, menurut Hadist Nabi, puasa dapat dijalani 29 hari atau digenapkan 30 hari. Pada baris terakhir, dengan sandi tahun dan sandi bulan, masyarakat Aboge sudah dapat mengetahui bahwa pada tahun 2016 M puasa akan jatuh pada hari Rabu Wage, 8 Juni 2016 dan idul fitri jatuh pada hari Jumat Wage, 8 Juli 2016 (tabel 2 baris terakhir). Untuk tahun ini, 2017 M puasa jatuh pada hari Minggu Pon, 28 Mei 2017.

Tabel 2 Awal Puasa dan Hari Raya Idul Fitri Menurut Komunitas Aboge

Tahun Hijriyah (H) Tahun Jawa (J) Ramjiji - Sura 1 – 1	Puasa (1 Ramadhan) Sanemro - Puasa 6 - 2	Idul Fitri (1 Syawal) Waljiro - Syawal 1 - 2
1427 H = 1939 J Aboge	Senin Kliwon 25 September 2006	Rabu Kliwon 25 Oktober 2006

Alip Rabu (1) Wage (1)		
1428 H = 1940 J Hadpona Ehe Minggu (1) Pon (1)	Jumat Wage 14 September 2007	Minggu Wage 14 Oktober 2007
1429 H = 1941 J Jangapon Jimawal Jumat (1) Pon (1)	Rabu Wage 3 September 2008	Jumat Wage 3 Oktober 2008
1430 H = 1942 J Jesaing Je Selasa (1) Paing (1)	Minggu Pon 23 Agustus 2009	Selasa Pon 22 September 2009
1431 H = 1943 J Daltugi Dal Sabtu (1) Legi (1)	Kamis Paing 12 Agustus 2010	Sabtu Paing 11 September 2010
1432 H = 1944 J Bemislegi Be Kamis (1) Legi (1)	Selasa Paing 2 Agustus 2011	Kamis Paing 1 September 2011
1433 H = 1945 J Wanenwon Wawu Senin (1) Kliwon (1)	Sabtu Legi 21 Juli 2012	Senin Legi 20 Agustus 2012
1434 H = 1946 J Jangagea/Jimatge Jimakir Jumat (1) Wage (1)	Rabu Kliwon 10 Juli 2013	Jumat Kliwon 9 Agustus 2013
1435 H = 1947 J Aboge Alip Rabu (1) Wage (1)	Senin Kliwon, 30 Juni 2014	Rabu Kliwon 30 Juli 2014
1436 H = 1948 J Hadpona Ehe Minggu (1) Pon (1)	Jumat Wage 19 Juni 2015	Minggu Wage 19 Juli 2015
1437 H = 1949 J Jangapon Jimawal Jumat (1) Pon (1)	Rabu Wage 8 Juni 2016	Jumat Wage 8 Juli 2016
1438 H = 1950 J Jesaing Je Selasa (1) Paing (1)	Minggu Pon 28 Mei 2017	Selasa Pon 27 Juni 2017

Dari tabel di atas, dapat dicermati bahwa Hari pasaran (pancawara) untuk 1 Ramadhan dan 1 Syawal selalu sama, dan berselang 1 hari dengan hari Pasaran tahun baru Jawa tanggal 1 Sura. Sedangkan hari saptawara untuk 1 Syawal selalu sama dengan hari saptawara tahun baru 1 Sura dan hari saptawara 1 Ramadhan mundur 2 hari dari hari saptawara tahun baru 1 Sura (lihat tabel 3).

5. Penentuan Lama Puasa

Masyarakat Aboge mempunyai cara tersendiri dalam menentukan awal puasa dan lama puasa. Penyelidikan matematika menunjukkan bahwa penentuan lama puasa dalam masyarakat Aboge merupakan masalah yang dapat diselesaikan dengan TSC.

Dari sisi matematika, Sistem Aboge memperlihatkan pola yang teratur sehingga dapat ditemukan formula matematika yang mengatur semua ketentuan dan ketetapan dalam Sistem Aboge. Secara matematis, cara perhitungan tersebut merupakan salah satu bentuk aplikasi dari Teorema Sisa Cina (TSC). Sudah barang tentu bahwa Komunitas Aboge tidak mengenal TSC, namun menjadi menarik ketika kemampuan mereka dalam menentukan lama dan awal puasa merupakan salah satu aplikasi dari TSC.

Selain untuk menentukan hari pertama puasa dan saat Idul Fitri tiba, sandi bulan dapat digunakan untuk menentukan lamanya puasa yang dijalani. Awal (hari pertama) puasa disandikan dengan sandi bulan *sanemro*. Hari Raya Idul Fitri disandikan dengan *waljiro*. Jarak waktu antara *sanemro* dan *waljiro* adalah lamanya puasa dijalani.

Salah satu masalah yang muncul dalam Komunitas Aboge adalah lama puasa selalu 30 hari. Bagi masyarakat Komunitas Aboge, untuk menentukan kapan puasa dimulai tidak perlu pengetahuan matematika seperti Teorema Sisa Cina (TSC). Namun, dengan mencermati kearifan lokal mereka, ternyata kearifan lokal tersebut dapat diselesaikan dengan TSC.

Dasar pijakan perhitungan awal puasa dan lebaran (Idul Fitri) versi Aboge adalah interpretasi dari Surat Yunus (10) ayat 5, yaitu perintah untuk mengetahui bilangan tahun dan waktu menggunakan sistem hisab. Menurut penganut Aboge, perhitungan waktu harus bersifat pasti atau tetap dan dapat diprediksi sebelumnya. Perhitungan waktu yang berubah-ubah atau tidak tetap, menunjukkan ketidakvalidan metode penghitungannya. Metode hisab Aboge selamanya bersifat tetap, sedangkan rukyat berubah-ubah.

Dalam Komunitas Aboge, awal Ramadhan, awal Syawal dan awal bulan Besar (Dzulkaidah) disandikan dengan suatu kata atau kode yang merupakan kombinasi dari tiga titik waktu, berturut-turut (1) nama bulan, (2) urutan hari dalam siklus tujuh harian (saptawara) dan (3) urutan hari dalam siklus lima harian (pancawara/pasaran/pekanan), seperti diberikan pada tabel 3.

Tabel 3 Kode Awal Tahun Baru Jawa, Ramdhan, Syawal dan Besar dalam satu windu

Tahun	Sura 1 – 1 Ramjiji	Puasa 6 – 2 Sanemro	Syawal 1 – 2 Waljiro	Besar 4 – 1 Sarpatji
Aboge				
Hadpona				
Jangapon				

Jesaing
Daltugi
Bemislegi
Wanenwon
Jangagea

Komunitas Aboge akan mulai menjalankan puasa pada hari yang disandikan *sanemro*. Akhir puasa adalah sehari sebelum Idul Fitri. Idul Fitri yang jatuh 1 Syawal disandikan dengan *waljiro*. Dengan menggunakan TSC, dapat diketahui bahwa selisih antara 1 Syawal dengan 1 Ramadhan adalah 30 hari sehingga Komunitas Aboge selalu akan berpuasa selama 30 hari.

Selisih waktu antara 1 Ramadhan (awal puasa) dengan 1 Syawal (Idul Fitri) dalam tabel 2 selalu 30 hari. Artinya, masyarakat penganut Islam ‘Aboge’ akan selalu menjalani puasa selama 30 hari. Masalah ini dapat dinyatakan dengan menghitung jumlah hari antara 1 Ramadhan hingga 1 Syawal. Dari sandi awal puasa yaitu *sanemro* berarti puasa akan dimulai pada hari ke-6 dari siklus 7 harian (ditulis 6_7) dan hari ke-2 pada siklus 5 harian (ditulis 2_5). Sandi awal puasa yaitu *sanemro* berarti *puasa-enem-loro* atau puasa-enam-dua. Dengan menghilangkan nama bulan, maka *sanemro* dapat dinyatakan dengan $(6_7, 2_5)$ dan apabila sudah jelas dapat disingkat dan dinyatakan dengan pasangan terurut $(6, 2)$. Dalam penyandian ini tidak dikenal adanya angka 0.

Selanjutnya, puasa akan selesai apabila Idul Fitri telah tiba. Idul Fitri jatuh pada hari dengan sandi *waljiro* yang berarti *sawal-siji-loro* atau syawal-satu-dua. Dengan demikian, *waljiro* adalah yaitu hari ke-1 dari siklus 7 harian dan hari ke-2 pada siklus 5 harian atau $(1_7, 2_5) = (1, 2)$.

Secara manual dapat dihitung bahwa jarak antara $(6, 2)$ ke $(1, 2)$ adalah 30 hari. Tabel 4 menjelaskan hal tersebut. Dengan mencacah dari $(6, 2)$ ke $(1, 2)$ akan diperoleh 31 hari. Namun, karena $(1, 2)$ adalah Idul Fitri maka puasa dijalani selama 30 hari mulai dari $(6, 2)$ hingga $(7, 1)$. Dalam Islam, puasa dapat berlangsung 29 hari atau genap 30 hari. Namun, bagi penganut Komunitas Aboge puasa selalu dilakukan 30 hari.

Tabel 4 Jarak waktu antara $(6, 2)$ ke $(1, 2)$

$(6, 2)$	$(7, 3)$	$(1, 4)$	$(2, 5)$	$(3, 1)$	$(4, 2)$	$(5, 3)$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

(6,4)	(7,5)	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,4)	(5,5)
(6,1)	(7,2)	(1,3)	(2,4)	(3,5)	(4,1)	(5,2)
(6,3)	(7,4)	(1,5)	(2,1)	(3,2)	(4,3)	(5,4)
(6,5)	(7,1)	(1,2)	(2,3)	(3,4)	(4,5)	(5,1)

6. Penyelesaian Masalah Lama Puasa dengan Teorema Sisa Cina

Masalah matematika yang dapat dimunculkan dari fenomena pada Komunitas Islam Aboge adalah menentukan jarak dua titik waktu $(x_{1,m}, y_{1,n})$ dengan $(x_{2,m}, y_{2,n})$. Sebagai contoh adalah menentukan jarak waktu antara $(6, 2)$ dengan $(1, 2)$ yang dapat diselesaikan dengan Teorema Sisa Cina.

$$\begin{array}{l} -5 \equiv w \pmod{7} \\ 0 \equiv w \pmod{5} \end{array} \quad \text{atau} \quad \begin{array}{l} 2 \equiv w \pmod{7} \\ 0 \equiv w \pmod{5} \end{array}$$

Masalah tersebut dapat dinyatakan menyerupai masalah yang diajukan Sun Tsu (Burton, 2002) yaitu mencari bilangan w yang bersisa -5 apabila dibagi 7 dan tidak bersisa apabila dibagi 5. Jawabnya $w = 30$.

Dari perkongruenan pertama $w \equiv -5 \pmod{7}$ berarti $w = -5 + 7k_1$ untuk suatu bilangan bulat k_1 . Substitusikan nilai w pada perkongruenan kedua, diperoleh $-5 + 7k_1 \equiv 0 \pmod{5}$. Selanjutnya, $7k_1 \equiv 5 \pmod{5}$ dan $k_1 \equiv 5 \pmod{5}$ yang berarti $k_1 = 5 + 5t$. Dengan mensubstitusi $k_1 = 5 + 5t$ pada $w = -5 + 7k_1$ diperoleh $w = 30 + 35t$ untuk suatu bilangan bulat t . Persamaan terakhir dapat dinyatakan dengan $w \equiv 30 \pmod{35}$. Solusi perkongruenan ini adalah 30 yang juga merupakan solusi dari kedua perkongruenan di atas

Contoh kasus yang dieksplorasi dari kearifan lokal Komunitas Aboge di Cikakak dapat disajikan menjadi masalah matematika yang menarik. Masalah tersebut adalah menentukan jarak antara dua titik waktu $(x_{1,m}, y_{1,n})$ dengan $(x_{2,m}, y_{2,n})$ dengan m dan n menyatakan modulo. Misalkan jarak tersebut adalah w , maka solusinya adalah w yang memenuhi

$$\begin{array}{ll} x_{2,m} - x_{1,m} \equiv w \pmod{m} & ; x_{i,m} = 0, 1, 2, \dots, m-1 \quad , i = 1, 2 \\ y_{2,n} - y_{1,n} \equiv w \pmod{n} & ; y_{j,n} = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad , j = 1, 2 \end{array}$$

Dalam kasus yang terkait dengan matematika berlaku $m \neq n$ atau $m = n$. Selanjutnya, solusi yang mungkin untuk w adalah $0 \leq w \leq k(m \cdot n)$ dengan $k = 0, 1, 2, \dots$ Dalam hal ini k adalah selisih antara nomor urut dari kedua buah bulan.

7. Kesimpulan

Metode perhitungan dan keyakinan aboge menghasilkan beberapa keunikan berikut ini: (1) Penganut aboge sudah dapat menentukan awal Ramadhan, Idul Fitri dan Idul Adha untuk tahun kapanpun; (2) Awal Ramadhan (Puasa) dan Idul Fitri selalu berbeda dengan ketetapan pemerintah dan umumnya terlambat 1 atau 2 hari; dan (3) puasa selalu dijalani selama 30 hari.

Pengetahuan matematika dalam bentuk penyandian berupa sandi tahun dan sandi bulan yang dikembangkan Komunitas Islam Aboge dapat digunakan untuk menentukan awal Ramadhan dan idul fitri. Bulan ganjil berumur 30 hari dan bulan genap 29 hari. Ramadhan merupakan bulan ke-9 sehingga penganut Aboge selalu menjalani puasa selama 30 hari. Jarak dua titik waktu dari awal Ramadhan hingga datangnya Idul Fitri dapat diselesaikan dengan Teorema Sisa Cina yang hasilnya lama puasa bagi komunitas Aboge tepat 30 hari, dan berlaku selamanya.

Daftar Pustaka

- Burton, D. M. (2002). *Elementary Number Theory. Fifth Edition*. Mc Graw Hill. New York.
- Djanudji (2013). *Penanggalan Jawa 120 Tahun Kurup Asapon (24 Maret 1936 – 25 Agustus 2052)*. Edisi Kedua. Semarang: Dahara Prize.
- Fauzi, T. (2010). Studi Analisis Penetapan Bulan Komariah Sistem Aboge di Desa Kracak Kecamatan Ajibarang Kabupaten Banyumas Jawa Tengah. *Skripsi Sarjana Fakultas Syari'ah, IAIN Walisongo, Semarang*. td. (tidak diterbitkan).
- Jannah, S. (1994). *Kalender Hijriyah dan Masehi 150 Tahun (1364-1513 H / 1945-2090 M)*. Yogyakarta: UII Press.
- Kholisoh, S. (2012). Penentuan Awal Bulan Komariah Menurut Tarekat Naqsabandiyah Khalidiyah Majajadiyah Al-Aliyah Dusun Kapas Dukuh Klopo Peterongan Jombang, Jawa Timur. *Skripsi Sarjana Fakultas Syari'ah, IAIN Walisongo, Semarang*. td. (tidak diterbitkan).
- Maududi, H. (2006). Penetapan Awal Bulan Komariah dalam Perspektif Aboge (Studi Kasus di Desa Cikawung, Kecamatan Pekuncen, Kabupaten Banyumas). *Skripsi Sarjana Fakultas Syari'ah, STAIN Purwokerto*. td. (tidak diterbitkan).
- Prabowo, A. (2012). Tarikh Jawa: Kalender Lunar Berbasis Matematika. *Jurnal PPPPTK*, Vol. 3 No. 6 hal 395-410.
- Prabowo, A. (2014). *The Pakubuwono Code*. Phoenix Publishing, Jakarta.
- Prabowo, A. (2015a). Awal Ramadan Komunitas Aboge. Rubrik Wacana Suara Merdeka. Sabtu, 13 Juni 2015.

- Prabowo, A., Sugiyanto, and Wahyuni, I.T. (2015). Tiga Cara Menentukan Nama *Wuku* dalam *Pawukon Saka*. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika (JMP)*, Jurusan Matematika, FMIPA UNSOED, Purwokerto, Vol. 7 No. 1, Juni 2015, hal. 30-47.
- Prabowo, A., Sukono, Sidi, P., and Mamat, M. (2016). Applications of Chinese Remainder Theorem in Determining of *Selapanan* Day Name. *Proceedings of the International Conference on Operation Research*. Bogor, Indonesian Operation Research Association (IORA) and Department of Computer Sciences, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Pakuan University. pp. 8-11.
- Rachmadani, A. (2015). Role of Wali, Ancient Mosque and Sacred Tomb in Islam Spreading Dynamics in Cikakak. Proceeding International Symposium on Religious Literature and Heritage (ISLAGE). Jakarta, September 15-18 th, 2015, pp. 595 – 608.
- Suryati (2012). Penggunaan Sistem Aboge dalam Penentuan Awal Bulan Kamariah dan Implementasinya dalam Kehidupan Masyarakat Desa Cikakak Wangon Banyumas. *Skripsi Sarjana Fakultas Syari'ah, IAIN Walisongo, Semarang*. td. (tidak diterbitkan).